

文章编号: 1000-7598-(2005) 02-0221-04

地层特性随机场插值方法应用研究

周小文, 付 晖, 吴昌瑜

(长江科学院, 湖北 武汉 430010)

摘 要: 地质勘探中钻孔的数量常是有限的, 钻孔以外未知的地质特性需要进行插值或推断。实践中一般假定两钻孔之间的地质特性为线性分布, 用直线连接。线性连接方法简单, 但精度难以保证。因此, 有必要进一步研究简便且精度高的插值方法。对常用的空间插值数学方法作一简要评价, 认为 Kriging 法更适用于地质特性随机场的插值。并尝试将 Kriging 法应用于南水北调穿黄工程砂土地基标准贯入击数及液化范围的空间插值, 采用合适的变差函数以反映砂层的空间相关特性, 由插值结果得到地基砂层标贯击数及液化范围的沿线分布, 从而可以更好地了解地层特征的变化情况。

关 键 词: 地层特性; 随机场; 插值; Kriging 法

中图分类号: TB 115

文献标识码: A

Application study of spatial interpolation method in geological random field

ZHOU Xiao-wen, FU Hui, WU Chang-yu

(Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract: The number of exploratory hole is usually limited in geological investigation. The unknown geological properties between exploration holes have to be estimated or interpolated by some special methods. Linear connection between explored points is generally used in practice with its simplicity but sometime low accuracy. How to develop convenient and accurate interpolation methods remains an interesting problem in geosciences. Some commonly used spatial interpolation methods are commented in this paper through principal analysis. The Kriging method is thought to be unique and more reasonable with its best use of geological investigation information. As an application attempt, Kriging method is applied to interpolate the spatial distribution of standard penetration number for a liquefiable sandy stratum. Comprehensive understanding about the geological properties of the stratum is derived from the interpolation.

Key words: geological property; random field; interpolation; Kriging method

1 前 言

岩土工程处理的对象是经历了漫长的地质年代形成的地质体, 地质条件复杂多变, 其物理、化学和力学性质在空间上都具有随机性、变异性。每一个特性参数在空间上的变化都是一个随机场。由于钻孔、取样数量的限制, 对于一个场地或土工构筑物, 常常只能得到有限测点的参数, 整个场的特性需由有限测点的数据推断。目前一般做法是, 采用二维的纵、横剖面的形式, 对于钻孔之间的未知地层特征假定为直线连接。直线相连具有最简洁的几何形式, 便于工程使用。当测点密集时, 直线连接趋于真实值, 但由于过份简单, 带来的问题有:

(1) 线段间交接处出现人为转折, 与物理现象不吻合; (2) 孔间的地质特性完全由两端点的测值给定, 与地质现象的随机特性不符; (3) 在两钻孔外获得更多的信息时, 不能改变对孔间地质特性的判断, 浪费信息。因此, 如何根据有限钻孔数据得到地层特征 (如密度、含水量、强度、弹性模量等) 随机场的准确地插值, 仍是一个值得研究的问题。

本文简述几种常用的空间插值数学方法的局限性, 主要研究近年来获得较多关注的 Kriging 插值法在土性随机场中的应用。以南水北调中线穿黄 (河) 工程地基深厚砂土层为例, 将 Kriging 法用于砂层标贯击数和液化深度的插值, 讨论 Kriging

法的应用效果。

2 常用的插值方法

为了进行插值,首先需将场域用规则网格划分,再根据规则分布或不规则分布的数据点插值得到每个网格点的值。常用的空间插值的方法有以下几种^[1~3]: (1) 三角剖分法; (2) 距离倒数加权法; (3) 最小曲率法; (4) 最近邻点法; (5) Kriging (克立格)法。三角剖分法系把数据点用线相连形成三角形网络 (TIN),落在每个三角形内的网格点的值由三角平面方程插值计算,该法较为忠实原始数据点,但因插值时相邻三角形之间互不相关,绘出的等值线生硬机械,折线和陡阶多,不光滑。距离倒数加权法以数据点与插值网格点的距离平方的倒数作为权值,算法简单,易于实现。但由于以距离倒数 (标量) 为权,而不管测点的相对方位,因此,对全场数据的分布尤其是各向异性不能准确反映,易于“局部失真”。最小曲率法是构造最小曲率的曲面,主要考虑曲面的光滑性,显然它不是精确的插值法,容易严重失真,但它可以用于定性研究参数的走向。最近邻点法以最近邻点的样本值作为插值点的值,因此,当数据点少的时得到的参数场是一个个“平台”,平台内均匀,只在边界跳跃,适用于台阶型的参数场。

Kriging 插值法是法国地理数学家 Georges Matheron 和南非采矿工程师 D.G.Krige 发明的一种用于地质统计学中矿品位的优化插值方法。Kriging 法系基于随机场区域性变量理论,通过计算变差函数 (半方差) 来确定插值的权重系数。变差函数反映了样本点的空间分布位置和变量的空间内相关结构。因此,从数据的信息利用方面,Kriging 法运用最充分。从这个意义上说,只有 Kriging 方法才是一种真正的插值方法。该法已被广泛应用于地下水模拟、土壤制图等领域,成为 GIS 软件地理统计插值的重要组成部分。近几年来,关于 Kriging 插值方法的应用及其发展的研究在我国吸引了较多的学者。如孟健和马小明^[4]考虑大气污染物浓度的空间分布特征,用 Kriging 对某市 CO₂ 的空间分布进行估计;陶月赞^[5]在空间 Kriging 方法的基础上,考虑了地下水系统的状态变量在时间上的自相关关系,探讨了反应变量动态特征的动态 Kriging 方法;孟庆生等^[6]利用 Kriging 法插值和三次抛物线滑动平均结合,进行地质模型中离散数据点的等值线绘制。但在岩土工程领域,将 Kriging 法用于地层土性随机场的估计还缺乏足够的研究。

3 Kriging 插值原理

设 $z(x)$ 是场变量, x 是一维、二维或三维空间中的某一个位置,变量 $z(x)$ 在 x 处的值表示为

$$z(x) = m(x) + \varepsilon'(x) + \varepsilon'' \quad (1)$$

式中 $m(x)$ 为描述恒定均值或趋势性有关的结构性成分; $\varepsilon'(x)$ 为与空间变化有关的随机变化项,即区域性变量; ε'' 为空间上具有零均值、方差 σ^2 与位置无关的高斯噪声项。

$z_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为一组离散的样本数据,现在要对点 x_0 处的变量值 z_0 进行插值。第一步是确定 $m(x)$, 最简单的情况是 $m(x)$ 等于采样的平均值,距离矢量为 h 的两点之间的数学期望差为零:

$$E[z(x) - z(x+h)] = 0 \quad (2)$$

假定两点之间的方差只与距离 h 有关,记为

$$E[z(x) - z(x+h)]^2 = E[(\varepsilon'(x) - \varepsilon'(x+h))^2] = 2\gamma(h) \quad (3)$$

式中 $\gamma(h)$ 为半方差函数,亦称变差函数。 $\gamma(h)$ 的估算公式如下:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [z(x_i) - z(x_i+h)]^2 \quad (4)$$

对应于 h 的 $\gamma(h)$ 图称为变差图,其形式如图 1 所示。图中的点为由样本数据计算得到的变差,称为实验变差。对实验变差一般用线性、高斯型、幂函数型、指数型等几种模型拟合,称为变差模型。 h 较大时曲线呈水平方向,曲线的水平部分称为梁 (Sill),说明在此范围内数据点不再有相关性。曲线从 $\gamma(h)$ 的低值升到梁为止的延迟范围称为变程 (Range),在变程范围内距离越近的点具有更相近的特征。如果拟合模型不通过原点,而是在 $\gamma(h)$ 轴上有一个截距 C_0 ,这个截距称为核方差 (Nugget, 有时称为块金效应)。核方差代表与空间无关的噪声的大小。

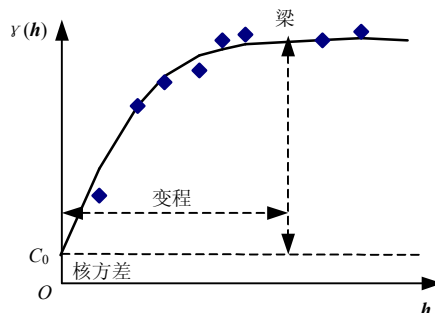


图 1 变差图

Fig. 1 Variogram features

协方差函数描述随机变量间的线性相关的程度,变差函数描述随机变量增量间的线性相关程度。变差函数是通过平稳增量描述较大尺度的空间范围内,随机变量的空间相关结构和随机性的有效工具。

z_0 的插值表达式为

$$z_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i \quad (5)$$

Kriging法的原则就是使得权重 λ_i 的选择达到 z_0 , 为无偏估计, 且估计的方差小于其它线性组合产生的方差。无偏估计要求 $E[\hat{z}_0 - z_0] = 0$, 由此得到无偏条件 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ 。估计方差的计算公式为

$$\sigma_E^2 = E[\hat{z}_0 - z_0]^2 - E^2[\hat{z}_0 - z_0] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) \quad (6)$$

令 $F = \sigma_E^2 - 2\mu(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1)$, 其中 F 为 n 个权系数 λ_i 和一个拉格朗日乘子 μ 的 $(n+1)$ 元函数。令 F 对 λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 和 μ 的偏导数为零, 便得到 Kriging 方程组:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \mu &= \gamma(x_j, x_0), j=1, 2, \dots, n; \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

计算出 λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 后, 即可估计 z_0 。

4 穿黄工程地基砂层孔间特性推断

4.1 标准贯入实验击数

南水北调工程中线穿黄(河)工程位于Ⅶ度地震区,河床(滩)深厚砂土地层(厚度为 40~70 m)的地震液化问题是必须研究和处理的关键问题。为了判别砂土地层在地震作用下的液化可能性和液化深度,在现场沿过河建筑物轴线方向(即横河向,桩号 2 472~9 893 m)布设近 40 个孔位,进行了标准贯入实验,得到砂层不同深度处的标准贯入击数 N 值,以根据实测标贯击数与临界标贯击数 N_{cr} 的对比判别各测点的液化可能性^[7]。为表达方便起见,图 2 给出几个特征深度(5, 10, 15, 20, 25 m)附近的标贯击数沿横河向的分布。由于标贯实验是每隔 100 余米甚至数百米,才有一个实验孔,孔与孔之间的标贯击数和液化可能性难以得知,因此,仅仅根据标贯击数测值难以对沿线 7 400 余米的砂层地基抗液化特性的全貌进行判断。为此,采用 Kriging 法对孔间砂层的标贯击数进行统计推断,进而判别全线的液化可能性。

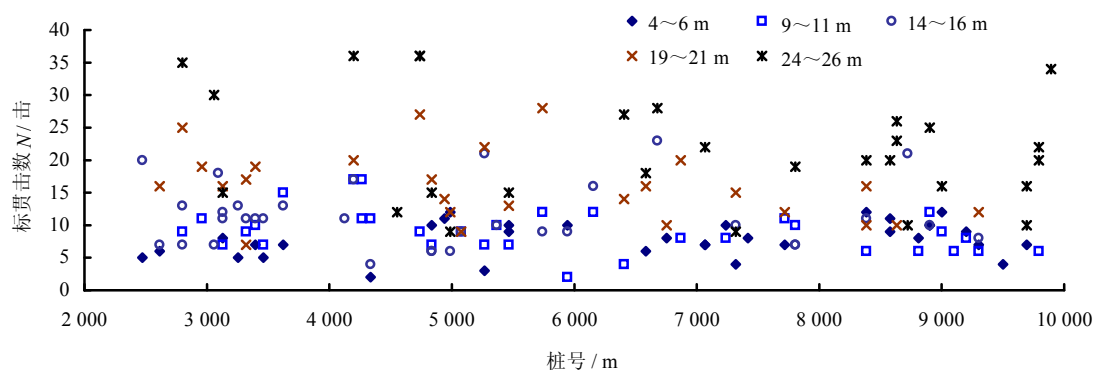


图2 标贯击数沿横河向的分布

Fig. 2 Standard penetration number variation of sandy stratum across the Yellow River

4.2 变差函数

Kriging 法插值的精度高低主要取决于所采用的变差模型是否符合实际的地层变差。图 3 为根据标贯实验数据计算得到的实验变差和拟合的变差模型。

实验变差显示有显著的块金效应,块金效应引起的变差 15 (击)²。考虑到该地基砂层分布是连续和缓变的,也就是说,从土层自身来说不应该有块金效应。笔者分析认为,本实验变差的块金效应应该是由观测误差引起,由于现场水下标贯实验难度大,造成部分数据失真,出现块金效亦是必然的。

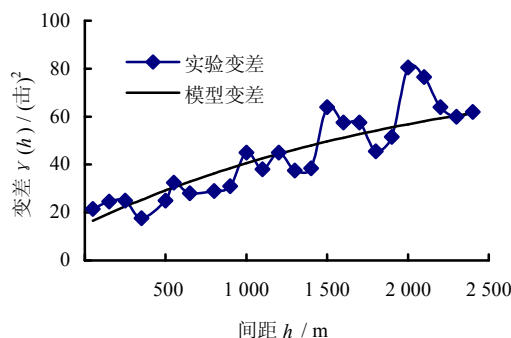


图3 实验变差和模型变差

Fig. 3 Experimental variogram and modeled variogram

事实上, 实测的标贯击数多处出现反常现象, 如同一钻孔中的同一砂层, 下面点的 N 值远小于上面点的 N 值, 这不合理, 而 20 m 深度以下的砂层多处只有 7~8 击, 亦与经验不符。

对于块金效应之外的实验变差, 用指数型变差函数模型拟合, 总的变差函数为两部份之和:

$$\gamma(h) = 15 + 70(1 - e^{-\frac{h}{2200}}) \quad (8)$$

式中 h 的单位为 m。

4.3 插值结果及分析

采用式 (8) 的变差函数, 用 Kriging 法对砂层的标贯击数 N 和抗液化富裕值 ($N - N_{cr}$) 进行全线 (横河向长度 $\times$ 深度: 7 400 m $\times$ 26 m) 插值。图 4 和图 5 分别显示 N 值和 $N - N_{cr}$ 值的插值结果, 由其结果得到如下信息:

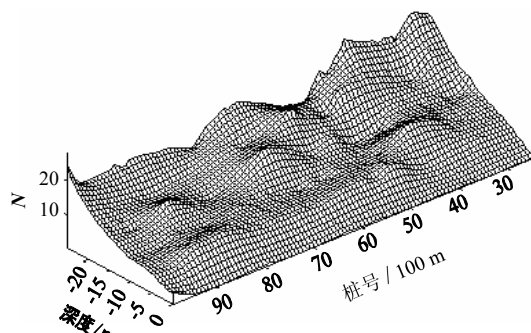
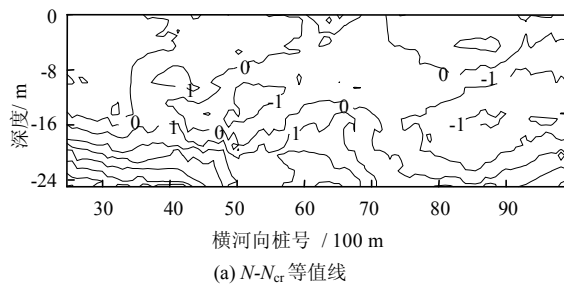
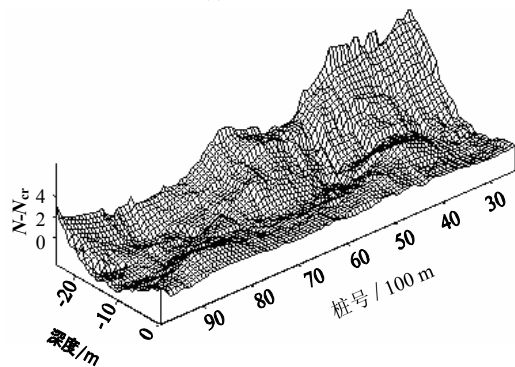


图 4 标贯击数 N 分布曲面
Fig. 4 Distribution graph of penetration number, N



(a) $N - N_{cr}$ 等值线



(b) $N - N_{cr}$ 分布曲面

图 5 $N - N_{cr}$ 分布

Fig. 5 Distribution of $N - N_{cr}$

图 4 显示, 在深度 19 m 以下标贯击数 N 值明显升高, 以相同深度比较, 在桩号 2 472~5 000 m

之间的标贯击数 N 值高于桩号 5 000~9 893 m 之间的 N 值, 表明地基的强度在横河向有一定程度的趋势性变化。由图 5 可见, 在深度 19 m 以下 $N - N_{cr}$ 值一般都大于零, 表明在 VII 度地震下不会产生液化。只有个别局部区域 (桩号 9 000 m 附近), $N - N_{cr}$ 与零接近 (在 0~1 之间), 即在液化界限上。在插值结果基础上计算, 16 m 深度以上的砂层可液化的区域面积 (长度 $\times$ 深度) 占总面积的 62.7 %; 19 m 以下可液化区域仅占 6.9 %。

由此可见, 在已有的勘测孔位实验结果的基础上, 通过 Kriging 法插值, 得到了穿黄工程地基全轴线的标准贯入击数分布和液化区的范围, 插值图形显示的标贯击数分布和液化区分布的形态清晰直观。

5 结 语

基于插值原理分析了不同的空间插值方法的优缺点, 认为 Kriging 方法是更加符合地质随机场相关特性的插值方法。将 Kriging 方法应用于南水北调穿黄工程砂土地基标准贯入击数的统计推断, 通过采用合适的反映标贯特性空间相关性的变差模型, 插值得到地基标贯击数和液化范围的沿线分布情况, 为判别地基液化范围提供更多的信息。同时, 通过计算实验变差, 显示地基标贯击数测值具有一定程度的随机误差 (白噪声)。

参 考 文 献

- [1] Franke, R.. Scattered data interpolation: tests of some methods[J]. *Mathematics of Computation*, 1982, 38: 181—200.
- [2] Cressie, N. A. C. Statistics for Spatial Data[M]. New York: John Wiley and Sons, 1991.
- [3] Christakos G. Random Field Models in Earth Sciences[M]. California: Academic Press, 1992.
- [4] 孟健, 马小明. Kriging 空间分析法及其在城市大气污染中的应用[J]. *数学的实践与认识*, 2002, 32(2): 309—312.
MENG Jian, MA Xiao-ming. Kriging analysis and its application on urban atmospheric environment pollution[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2002, 32(2): 309—312.
- [5] 陶月赞. 动态 Kriging 方法[J]. *世界地质*, 1997, 16(4): 56—58.
TAO Yue-zan. Dynamic Kriging method[J]. *Global Geology*, 1997, 16(4): 56—58.
- [6] 孟庆生, 樊玉清, 孔庆馥. 地质模型中离散数据点的等值线绘制方法[J]. *山东轻工业学院学报*, 2002, 16(2): 6—9.
MENG Qing-sheng, FAN Yu-Qing, KONG Qing-fu. The method of drawing the isopleths with discrete sampling points in geological model[J]. *Journal of Shandong Institute of Light Industry*, 2002, 16(2): 6—9.
- [7] 刘鸣, 周小文. 砂土液化判别中大样本标贯数据的统计处理[A]. 全国第八届土力学及岩土工程学术会议论文集[C]. 南京: 万国学术出版社, 1999. 117—120.